

وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش خراسان رضوی



المپیاد علمی ریاضی

پایه نهم

دوره اول متوسطه

تعداد سؤال: ۳۰ شروع آزمون ساعت ۸ صبح مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی دانش آموز: **IRmath**

سال تحصیلی ۹۵-۹۶ مرحله اول ۲۶ بهمن ماه ۹۵

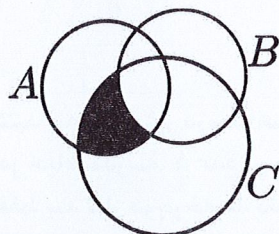
* توجه: به پاسخ های اشتباه نمره منفی تعلق می گیرد

$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\}$	$\{\{\}\}$	$\circ$	$\{\circ\}$
۵	۴	۳	۲	۱	۰

۱- چند تا از نمادهای مقابل، مجموعه تهی را نمایش می دهد؟
(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲- مجموعه $\mathbb{Z} \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \cap \mathbb{N}$ برابر با کدام گزینه است؟
(۱) $\emptyset$ (۲) $\mathbb{N}$ (۳) $\mathbb{Z}$ (۴) $\mathbb{Q}$

۳- با توجه به تساوی مقابل کدام گزینه درست است؟
(۱) $x > 0$ و $y > 0$ (۲) $x > 0$ و $y < 0$ (۳) $x < 0$ و $y > 0$ (۴) $x < 0$ و $y < 0$
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = y - x$



۴- در نمودار ون مقابل، همه گزینه ها قسمت هاشور خورده را نشان می دهد به جز گزینه:

(۱) $(A - B) \cap C$ (۲) $(C - B) \cap A$ (۳) $(A \cap C) - (B \cap A)$ (۴) $(B \cap C) - (C \cap A)$

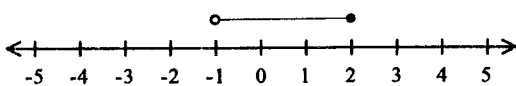
۵- درجه کدام چند جمله ای از بقیه بیشتر است؟ (نسبت به همه متغیرها)

(۱) $5x^3y^2 - 3y^3x^3 - 4$ (۲) $-\sqrt{2}xz^5 - 2y^2x^3 - x^4$
(۳) $3x^3y^2 - 4xyz^5 - 4x^2$ (۴) $xyz^3 - 2x^2yz + 3xy^4$

- ۶- اگر تمام زیرمجموعه های $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ را بنویسیم و یکی از این زیرمجموعه ها را به تصادف انتخاب کنیم، احتمال این که در مجموعه انتخاب شده حاصل ضرب بزرگ ترین و کوچک ترین عضو برابر ۵ شود، چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{7}{64}$

- ۷- چند تا از عددهای مقابل منفی هستند؟
 $(-2)^2$ و 2^{-1} و $(-3^{-2})^{-1}$ و -3^{-2} و -2^2 و $-(-5)^3$
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



- ۸- کدام مجموعه، با نقاط روی شکل برابر است؟

(۱) $\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x < 2\}$ (۲) $\{x \in \mathbb{Q} | -1 < x \leq 2\}$
 (۳) $\{x \in \mathbb{R} | -1 < x \leq 1\} \cup \{x \in \mathbb{R} | 0 < x \leq 2\}$ (۴) $\{x \in \mathbb{R} | -1 < x < 2\} \cap \{x \in \mathbb{R} | 1 < x < 4\}$

- ۹- کدام گزینه در مورد اعداد گنگ نادرست است؟

- (۱) عددی که گنگ است در نمایش اعشاری اش، دوره تناوب وجود ندارد.
 (۲) اگر مکعب یک عدد گنگ باشد، حتما خود آن عدد گنگ بوده است.
 (۳) تقسیم هر عدد گویای مثبت بر عددی گنگ، عددی گنگ می شود.
 (۴) مثلثی قائم الزاویه وجود دارد که طول سه ضلعش گویاست ولی طول ارتفاع وارد بر وترش گنگ است

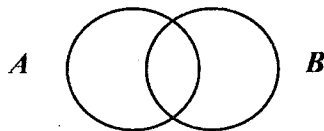


(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

- ۱۰- برای چندتا از جملات زیر می توان مثال نقض آورد؟

- چهارضلعی که قطرهایش با هم برابر و بر هم عمود باشند، مربع است.
 - محل برخورد نیمسازهای داخلی هر مثلث، درون مثلث است.
 - محل برخورد عمودمنصف های اضلاع مثلث، درون مثلث قرار دارد.

- ۱۱- در مورد دو مجموعه A و B می دانیم: $A \cup B = \{a, b, c\}$ و $n(A \cap B) = 1$. از دانش آموزان یک کلاس، خواسته شده است که با توجه به این اطلاعات، مجموعه های A و B را با نمودار ون نمایش دهند. دانش آموزان به چند حالت می توانند به این سوال پاسخ دهند؟



(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

- ۱۲- اگر $A = a + \frac{1}{a}$ و $B = a - \frac{1}{a}$ باشد، آن گاه $B^2 - A^2$ برابر است با:

(۱) ۴ (۲) -۴ (۳) $2(a^2 + \frac{1}{a^2})$ (۴) $-2(a^2 + \frac{1}{a^2})$

- ۱۳- فرض کنید سه جمله زیر درست هستند:

- در حیاط مدرسه، ۵ عدد دوچرخه وجود دارد.
 - فقط سه تا از دوچرخه ها، دنده ای هستند.
 - فقط سه تا از دوچرخه ها قرمز رنگ هستند.

چندتا از جملات زیر حتما درست هستند؟

- A: در حیاط مدرسه دو تا دوچرخه دنده ای قرمز رنگ وجود دارد.
 B: در حیاط مدرسه، یک دوچرخه دنده ای قرمز رنگ وجود دارد.
 C: یکی از دوچرخه های موجود در حیاط مدرسه نه قرمز رنگ و نه دنده ای است.

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۱۴- در صفحه یک چرخنده اعداد ۱ تا ۸ نوشته شده است. احتمال ایستادن عقربه روی عدد ۷، مساوی $\frac{1}{5}$ است. بقیه اعداد به جز ۷ هم شانس هستند. احتمال اینکه عقربه روی عددی فرد بایستد چقدر است؟

(۱) $\frac{16}{35}$ (۲) $\frac{23}{40}$ (۳) $\frac{19}{35}$ (۴) $\frac{32}{40}$

۱۵- حاصل عبارت $\left| \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 \right| - \left| \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right|$ در صورتی که $a < 0 < b$ برابر است با:

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{2a}{b} + \frac{2b}{a} + 1$ (۴) $-\frac{2a}{b} - \frac{2b}{a} - 1$

۱۶- چند جمله ای از درجه ۳ (نسبت به همه متغیرها) که دارای دو متغیر x و y می باشد، حداکثر چند جمله دارد؟

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۷- از عبارت $A - B = A \cup (B \cap C)$ ، کدام گزینه را نمی توان نتیجه گرفت؟

(۱) $B \cap C = \emptyset$ (۲) $A \cap C = \emptyset$ (۳) $A \cap B = \emptyset$ (۴) $B \cap C \subseteq A$

۱۸- در مثلث ABC ، $AB = AC = 2BC$ و $\hat{A} = 40^\circ$. نقطه D را روی ضلع AC طوری قرار داده ایم که مثلث ADE با قاعده

AD و متشابه با ABC رسم شده است (نسبت تشابه $\frac{3}{4}$ است) اندازه زاویه $\hat{CEA}$ چند درجه است؟

(۱) ۷۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴) ۹۵

۱۹- عدد گویای $1 < \frac{a}{b} < 2$ را در نظر می گیریم. حاصل کدام گزینه نسبت به سایر گزینه ها بیشتر است؟

(۱) $\left| \frac{a}{b} - 1 \right|$ (۲) $\left| \frac{a+1}{b+1} - 1 \right|$ (۳) $\left| \frac{a-1}{b-1} - 1 \right|$ (۴) $\left| 1 - \frac{a}{b} \right|$



۲۰- حاصل عبارت $\frac{7x}{\sqrt[3]{49x}} + \frac{\sqrt[3]{56x}}{2x} \times \sqrt[3]{x^4}$ برابر است با:

(۱) $2\sqrt[3]{7x^2}$ (۲) $5\sqrt[3]{7x^2}$ (۳) $2\sqrt[3]{49x^2}$ (۴) $5\sqrt[3]{49x^2}$

۲۱- در $\square$ کدام گزینه قرار گیرد تا تساوی زیر برقرار باشد؟

$\sqrt[4]{-8} = \frac{\square^3}{(\sqrt{(-3)^2})^3}$

(۱) -۱۲ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) -۶

۲۲- یک الگوی محاسبه به این شکل طراحی شده است که برای به دست آوردن n امین عدد، عدد شماره $n-2$ را بر عدد شماره $n-1$ تقسیم می کنیم. اگر در این الگو اولین عدد ۱ و دومین عدد ۳ باشد، عدد نهم الگو چند است؟

(۱) ۲۴۳ (۲) ۳۱۳ (۳) ۳۲۱ (۴) ۳۳۴

۲۳- زهرا می خواهد با رسم کردن یک خط راست مستطیلی به ابعاد ۴ و ۱۰ سانتی متر را طوری به ۲ مستطیل تقسیم کند که دو مستطیل جدید ایجاد شده با یکدیگر متشابه باشند. نسبت تشابه مستطیل های جدید چند تا از اعداد زیر می تواند باشد؟

$$\frac{1}{5} \text{ و } \frac{1}{2} \text{ و } \frac{1}{4} \text{ و } ۱$$

(۴) چهار

(۳) سه

(۲) دو

(۱) یک

۲۴- اگر $\sqrt[3]{abc}$ یک عدد چهاررقمی باشد و بدانیم $x = \sqrt[3]{abc}$ عددی طبیعی است، در این صورت مقدار x کدام است؟

(۴) ۲۳

(۳) ۱۳

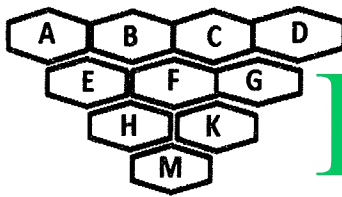
(۲) ۱۷

(۱) ۲۷

۲۵- A و B و C و D مجموعه های دلخواه هستند و از سطر دوم به بعد هر مجموعه

تفاضل دو مجموعه بالاتر از خودش است (مثال: $E = A - B$)

مجموعه M قطعاً با کدام گزینه برابر خواهد بود؟



IRmath

(۴) E

(۳) $\emptyset$

(۲) K

(۱) A

۲۶- کدام گزینه زیر نسبت به سایر گزینه ها ، عدد بزرگتری را نشان می دهد؟ ($n \in \mathbb{N}$)

(۲) 0.346×10^{-n}

(۱) 0.346×10^{-n}

(۴) $346 \times 10^{-n-2}$

(۳) $346/6 \times 10^{-n-3}$

۲۷- اگر $a < 0$ و $a + b > 0$ باشد، کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

(۲) $a < 0$ و $b < 0$ و $|a| > |b|$

(۱) $a > 0$ و $b < 0$ و $|a| < |b|$

(۴) $a < 0$ و $b < 0$ و $|a| < |b|$

(۳) $a > 0$ و $b < 0$ و $|a| > |b|$

۲۸- کدام گزینه با مجموعه $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ مساوی است؟

(۲) $\{\frac{a}{b} | a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, (a, b) = 1\}$

(۱) $\{\frac{a}{b} | a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, (a, b) = 1\}$

(۴) $\{\pm \frac{a}{b} | a, b \in \mathbb{N}, b \neq 1, (a, b) = 1\}$

(۳) $\{\pm \frac{a}{b} | a, b \in \mathbb{N}, (a, b) = 1\}$

۲۹- می دانیم اگر در یک مثلث دو زاویه نابرابر باشد، ضلع روبه رو به زاویه بزرگ تر، بزرگ تر است از، ضلع روبه رو به زاویه کوچک تر.

در مثلث ABC زاویه $\hat{A} > \hat{C}$ ، نیمساز $\hat{B}$ و عمود منصف ضلع AB در نقطه D متقاطع اند. M و N محل برخورد عمودهایی است

که از نقطه D به ترتیب بر AB و BC رسم شده اند. کدام گزینه درست است؟

(۴) $AM < NB$

(۳) $DA > DC$

(۲) $NC < NB$

(۱) $NC > AM$

۳۰- در مثلث ABC، اندازه ضلع BC دو برابر ضلع AB است. میانه AM را از طرف A به اندازه خودش تا نقطه D ادامه می دهیم. مثلث های

ABD و AMC بنا به کدام حالت هم نهشت هستند؟

(۴) وتر و یک زاویه تند

(۳) ض ض ض

(۲) ض ض ز

(۱) ض ض ض