

305

F

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

نام

نام خانوادگی

محل امضاء

بزرگترین سایت ریاضی

<http://IRmath.com>اگر دانشگاه اصلاح شود ملکیت اصلاح می شود.
(امام خمینی (ره))

صبح جمعه

۹۱/۱۲/۱۸

دفترچه شماره ۱

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشورآزمون ورودی
دوره های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۲رشته های
مجموعه ریاضی - ریاضی کاربردی (کد ۲۲۳۴)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

IRmath

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، جبر خطی، آنالیز عددی ۱، آنالیز عددی پیشرفته، آنالیز حقیقی ۱، تحقیق در عملیات پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد

اسفندماه سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با منحلین برابر مقررات رفتار می شود.



۱- فرض کنید V یک فضای برداری با بعد n روی میدان F باشد. اگر $T: V \rightarrow V$ یک تبدیل خطی باشد به طوری که

$$T^2 = 0, \text{ آن گاه } (\text{rank}(T) \text{ رتبه‌ی } T \text{ و } n(T) \text{ پوچی } T \text{ است}).$$

IRmath

$$\text{rank}(T) \leq \frac{n}{2} \quad (1)$$

$$n(T) \leq \frac{n}{2} \quad (2)$$

$$\text{rank}(T) \geq \frac{n}{2} \quad (3)$$

$$\text{rank}(T) \geq n(T) \quad (4)$$

۲ فرض کنید $A = \begin{pmatrix} t & 1 & 1 & 1 \\ 1 & t & 1 & 1 \\ 1 & 1 & t & 1 \\ 1 & 1 & 1 & t \end{pmatrix} \in M_4(R)$ ، اگر $\text{rank}(A) = 3$ ، مقدار t کدام است؟

$$1 \quad (1)$$

$$0 \quad (2)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$-1 \quad (4)$$

۳- فرض کنید $A \in M_n(R)$ که $n \geq 2$ ، شرط لازم و کافی برای آنکه برای هر $B \in M_n(R)$ داشته باشیم $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$ آن است که:

$$\det(A) = 0 \quad (1)$$

$$\Lambda = 0 \quad (2)$$

$$\text{tr}(A) = 0 \quad (3)$$

$$A \text{ پوچتوان باشد.} \quad (4)$$

۴- اگر A یک ماتریس پاد متقارن از مرتبه‌ی n باشد یعنی $A^t = -A$ ، کدام عبارت در مورد ماتریس الحاقی کلاسیک A یعنی $\text{adj} A$ درست است؟

$$\text{adj} A \text{ متقارن است.} \quad (1)$$

$$\text{adj} A \text{ پاد متقارن است.} \quad (2)$$

$$\text{adj} A \text{ پادمتقارن است اگر } n \text{ فرد باشد و متقارن است اگر } n \text{ زوج باشد.} \quad (3)$$

$$\text{adj} A \text{ متقارن است اگر } n \text{ فرد باشد و پاد متقارن است اگر } n \text{ زوج باشد.} \quad (4)$$

۵- فرض کنید A ماتریسی 10×10 با درایه‌های ± 1 باشد. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

$$3^9 \mid \det A \quad (1)$$

$$5^9 \mid \det A \quad (2)$$

$$2^9 \mid \det A \quad (3)$$

$$7^9 \mid \det A \quad (4)$$

۶- فرض کنید یک دستگاه خطی $Ax = b$ با روش حذفی گوس و انتخاب محور سطری (یا جزئی) در یک کامپیوتر حل شده و جواب $\bar{x}$ محاسبه شده است. اگر روند عدد یک در ماشین تقریباً برابر 10^{-t} و عدد حالت ماتریس A تقریباً برابر $10^{t/2}$ باشد، در این صورت رقم درست داشته باشد.

- (۱) نمی‌توان انتظار داشت که $\bar{x}$ هیچ
- (۲) نمی‌توان انتظار داشت که $\bar{x}$ حتی یک
- (۳) می‌توان انتظار داشت که $\bar{x}$ تقریباً $\frac{t}{2}$
- (۴) می‌توان انتظار داشت که $\bar{x}$ حداکثر یک

۷- فرض کنید $f(x^*) = f'(x^*) = 0$ و $f''(x^*) \neq 0$. مقدار k چقدر باشد تا آهنگ (یا نرخ) همگرایی مجانبی تکرار نقطه ثابت

$$x_{n+1} = x_n - \frac{k f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

با شروع از یک نقطه مناسب x_0 به x^* ریشه‌ی $f(x) = 0$ دست کم برابر ۲ باشد (با فرض هموار بودن مناسب f)؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) $\sqrt{2}$
- (۴) ۳

۸- فرض کنید x عددی نزدیک صفر باشد. می‌دانیم: $x \sin x - x^2 \cos x - \frac{1}{3} \log_e(1+x^2) = O(x^k)$. مقدار k برابر است با:

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۷
- (۴) ۶

۹- برای $f(x) = x^n$ ، $x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_n$ ، مقدار $f[x_0, \dots, x_k]$ به ازای $k = n$ و $k = n+1$ ، به ترتیب برابر است با:

- (۱) ۰ و ۱
- (۲) ۱ و ۰

- (۳) ۱ و ۰ تنها وقتی x_i ها متمایز باشند
- (۴) ۰ و ۱ تنها وقتی x_i ها متمایز باشند

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

<http://IRmath.com>

@IRmath

آهنگ (یا نرخ) همگرایی مجانبی تکرار نقطه‌ای ثابت

-۱۰

$$x_{n+1} = \frac{1}{k} \left((k-1)x_n + \frac{A}{x_n^{k-1}} \right), n = 0, 1, 2, \dots$$

با شروع از یک نقطه x_0 مناسب برای تخمین $\sqrt[k]{A}$ با $A > 0$ و $k \geq 2$ دست کم برابر است با:

(۱)

(۲)

$$\frac{\sqrt{5}+1}{2} \quad (۳)$$

(۴)

-۱۱ با فرض آنکه $z = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ ، کدام یک از ضوابط ذیل یک نرم بر $\mathbb{R}^2$ تعریف نمی‌کند؟

$$\|z\| = |x| + |y| \quad (۱)$$

$$\|z\| = (\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|})^2 \quad (۲)$$

$$\|z\| = (|x|^3 + |y|^3)^{\frac{1}{3}} \quad (۳)$$

$$\|z\| = \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (۴)$$

-۱۲ در فضای متریک (X, d) نقطه $p \in X$ یک نقطه تراکم F است هرگاه هر همسایگی p مجموعه E را در نا شمارا نقطه قطع کند. در $\mathbb{R}^k$ با متریک اقلیدسی اگر E نا شمارا و F مجموعه نقاط تراکم E باشد آنگاه:(۱) F نا شمارا است.(۲) $E \cap F$ نا شمارا است.(۳) F کامل است. (یعنی $F' = F$).

(۴) همه موارد صحیح است.

-۱۳ کدام یک از مجموعه‌های زیر نمی‌تواند مجموعه حدود زیر دنباله‌ای یک دنباله حقیقی باشد؟

$$\left\{ \frac{1}{n} : n \geq 1 \right\} \cup \{0\} \quad (۱)$$

 $\mathbb{Z} \quad (۲)$

$$\left\{ \frac{1}{n} : n \geq 1 \right\} \quad (۳)$$

(۴) گزینه‌های (۲) و (۳) صحیح‌اند.

-۱۴ فرض کنید $A = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots \right\}$ و تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $f(x) = \inf\{|y - x| : y \in A\}$ تعریف شود. در صورتی که K مجموعه نقاطی باشد که تابع f در آن نقاط مشتق پذیر نیست، کدام گزینه صحیح است؟(۱) هر نقطه K . نقطه‌ای تنها در K است.(۲) K بسته است ولی فشرده نیست.(۳) K فشرده است.(۴) K بسته نیست.

۱۵- فرض کنید $f(x)$ بر بازه $[0, 1]$ کراندار باشد و برای $0 \leq x \leq \frac{1}{a}$ که $a, b > 1$ در رابطه $f(ax) = bf(x)$ صدق کند. مقدار $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ کدام است؟

(۱) $\frac{a}{b}$

(۲) $\frac{b}{a}$

(۳) ۱

(۴) $f(0)$

۱۶- اگر μ^* اندازه ای خارجی روی X ، $A \subseteq X$ و A^c متمم A باشد، آنگاه حکم $\mu^*(B \cup C) = \mu^*(B) + \mu^*(C)$ برای هر $B \subseteq A^c$ و $C \subseteq A$

(۱) از اندازه پذیری A نسبت به μ^* قوی تر است ولی با آن معادل نیست.

(۲) با اندازه پذیری A نسبت به μ^* معادل است.

(۳) از اندازه پذیری A نسبت به μ^* ضعیف تر است ولی با آن معادل نیست.

(۴) با اندازه پذیری A نسبت به μ^* همبستگی ندارد.

۱۷- اگر $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ پیوسته و روی بازه باز $(0, 1)$ مشتق پذیر باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) f' اندازه پذیر بورل و لیگ است.

(۲) f' اندازه پذیر لیگ است ولی اندازه پذیر بورل نیست.

(۳) f' اندازه پذیر بورل است ولی اندازه پذیر لیگ نیست.

(۴) f' نه اندازه پذیر لیگ است و نه اندازه پذیر بورل.

۱۸- اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ اندازه پذیر لیگ و $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اگر g اکیداً یکنوا باشد، $f \circ g$ اندازه پذیر لیگ است.

(۲) اگر $g^{-1}(N)$ برای هر مجموعه پوچ N اندازه پذیر لیگ باشد، $f \circ g$ اندازه پذیر لیگ است.

(۳) اگر g پیوسته یکنواخت باشد، $f \circ g$ اندازه پذیر لیگ است.

(۴) $f \circ g$ اندازه پذیر لیگ است ولی $g \circ f$ لزوماً اندازه پذیر لیگ نیست.

۱۹- فرض کنید f تابعی انتگرال پذیر (حقیقی مقدار) روی فضای اندازه (X, M, μ) باشد و $\lambda > 0$ و $E_n = \{x \in X : f(x) \geq n\lambda\}$ ($n \geq 1$) کدام گزینه صحیح است؟

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{E_n} f d\mu = 0 \quad (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \mu^*(E_n) = 0 \quad (2)$$

$$f \chi_{E_n} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\mu} 0 \quad (3) \quad (\text{همگرایی در اندازه نسبت به } \mu).$$

(۴) هر سه مورد.

۲۰- اگر $C[a, b]$ ، $C^1[a, b]$ و $P[a, b]$ به ترتیب فضای توابع پیوسته، توابع به طور پیوسته مشتق پذیر و چند جمله‌ای‌ها روی $[a, b]$ باشد، کدام گزاره صحیح است؟

(۱) $C[a, b]$ در $L^1[a, b]$ چگال است ولی $C^1[a, b]$ و $P[a, b]$ چگال نیستند.

(۲) $C[a, b]$ و $C^1[a, b]$ در $L^1[a, b]$ چگال اند ولی $P[a, b]$ چگال نیست.

(۳) هیچ یک در $L^1[a, b]$ چگال نیست.

(۴) هر سه فضا در $L^1[a, b]$ چگال اند.

۲۱- فرض کنید f و g توابعی انتگرال پذیر و حقیقی - مقدار روی فضای اندازه (X, M, μ) باشند. کدام گزینه صحیح است؟

$$fg \in L(\mu) \quad (1)$$

$$fg \in L^2(\mu) \quad (2)$$

$$(f^2 + g^2)^{\frac{1}{2}} \in L^1(\mu) \quad (3)$$

(۴) هیچکدام

۲۲- فضای ضرب داخلی $X = C[-1, 1]$ را با ضرب داخلی $\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f \bar{g} dt$ در نظر بگیرید. فرض کنید

$M = \{f \in X : f(t) = 0 \text{ } (-1 \leq t \leq 0)\}$ در مورد مجموعه‌های $M^{\perp\perp}$ و $M \oplus M^{\perp}$ چه می‌توان گفت؟ که در آن برای هر

زیر فضای N از X ، $N^{\perp} = \{f \in X : \langle f, g \rangle = 0, g \in N\}$

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

$$M \oplus M^{\perp} = X \text{ و } M^{-\perp} = M \quad (1)$$

$$M \oplus M^{\perp} \neq X \text{ ولی } M^{\perp\perp} = M \quad (2)$$

$$M^{\perp\perp} \neq M \text{ ولی } M \oplus M^{\perp} = X \quad (3)$$

$$M \oplus M^{\perp} \neq X \text{ و } M^{\perp\perp} \neq M \quad (4)$$

۲۳- اگر $S(x)$ یک اسپلاین خطی (درجه اول) باشد که $f(x)$ را در یک دنباله نقاط گره‌ای متساوی الفاصله $t_0 < t_1 < \dots < t_n$

با طول گام h درونیابی کند، آن‌گاه مقدار $\int_{t_0}^{t_n} S(x) dx$ برابر است با:

○ (۱)

$$h[f_0 + f_1 + \dots + f_{n-1}] \quad (۲)$$

$$h[f_1 + f_2 + \dots + f_n] \quad (۳)$$

$$\frac{h}{۲}[f_0 + ۲f_1 + \dots + ۲f_{n-1} + f_n] \quad (۴)$$

۲۴- یک افراز ثابت از $[a, b]$ به زیر بازه‌هایی به طول مساوی h و تابع چهار بار به‌طور پیوسته مشتق‌پذیر f روی $[a, b]$ را در نظر

بگیرید. فرض کنید s_3 اسپلاین درونیاب مکعبی f روی این افراز باشد. با فرض این‌که C ثابت مناسبی بر حسب

$\|f^{(۴)}\|_\infty$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$$\|f' - s_3'\|_\infty \leq Ch^۲ \quad (۱)$$

$$\|f' - s_3'\|_\infty \leq Ch^۳ \quad (۲)$$

$$\|f - s_3\|_\infty \leq Ch^۲ \quad (۳)$$

$$\|f - s_3\|_\infty \leq Ch^۳ \quad (۴)$$

۲۵- برای هر عدد طبیعی n ، فرمول‌های نیوتن - کوته (Newton - Cotes) برای تقریب $\int_a^b f(x) dx$ به صورت زیر هستند:

$$\int_a^b P_n(x) dx = h \sum_{i=0}^n f_i \alpha_i$$

که در آن، $f_i = f(a + ih)$ ، $i = 0, 1, \dots, n$ ، $h = \frac{b-a}{n}$ و $P_n(x)$ چند جمله‌ای درونیاب f در نقاط x_0 تا x_n است. کدام

گزینه صحیح است؟

$$\sum_{i=0}^n \alpha_i = ۱ \quad (۱)$$

$$\sum_{i=0}^n \alpha_i = n \quad (۲)$$

(۳) اگر n فرد باشد، آن‌گاه $\alpha_{2k} = ۱$ و $\alpha_{2k+1} = ۲$

$$\alpha_i = \frac{1}{۲} \text{ برای } i = 1, 2, \dots, n-1 \text{ و } \alpha_i = ۱ \text{ برای } i = 0, n \quad (۴)$$

۲۶- اگر $f(x) = \cos 2x$ ، آن گاه مقدار کسره‌های تفاضلی $|f|_{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}}$ و $|f|_{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}}$ به ترتیب برابرند با:

(۱) ۰ و ۰

(۲) $\frac{1}{3}$ و ۰

(۳) ۰ و $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{1}{3}$ و $\frac{4}{15}$

۲۷- هرگاه تابع $s(x)$ زیر با گره‌های ۱۰ و ۲ یک اسپلاین مکعبی باشد:

$$s(x) = \begin{cases} 7 + x - 9x^2 & 0 < x < 1 \\ a + b(x-1) + c(x-1)^2 + d(x-1)^3 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

در این صورت، a ، b و c عبارتند از:

(۱) $a = -5$ ، $b = -26$ ، $c = -27$

(۲) $a = -26$ ، $b = -5$ ، $c = 3$

(۳) $a = 3$ ، $b = -27$ ، $c = -5$

(۴) $a = -27$ ، $b = 3$ ، $c = -5$

۲۸- برای داده‌های روبرو، درونیاب کسری عبارت است از:

x_i	۰	۱	۲	۳
y_i	۰	-۱	$-\frac{2}{3}$	۹

(۱) $\frac{4x^2 - 9x}{7 - 2x}$

(۲) $\frac{4x^2 + 9x}{2x - 7}$

(۳) $\frac{4x^2 - 9x}{2x - 7}$

(۴) $\frac{4x^2 + 9x}{7 - 2x}$

۲۹- مسأله‌ی درونیایی تابع گویا به صورت $\phi(x) = \frac{c_0 + c_1 x}{d_0 + d_1 x}$ به داده‌ی $(0, 1)$ ، $(1, 2)$ و $(2, 2)$

(۱) یک جواب یگانه دارد

(۲) بی نهایت جواب دارد

(۳) دو جواب $\phi(x) = 2$ و $\phi(x) = \frac{2+2x}{1+x}$ دارد

(۴) جواب ندارد

۳۰- فرض کنید $h = \frac{b-a}{\delta}$ و $x_i = a + ih$ برای $i = 0, 1, 2, \dots, \delta$. از کدام قاعده برای اندازه‌گیری عددی در تخمین

$\int_a^b f(x) dx$ استفاده کنیم، تا خطای برشی $O(h^5)$ باشد؟ (فرض کنید $f \in C^5[a, b]$)

(۱) قاعده سیمسون

(۲) قاعده سیمسون و قاعده $\frac{3}{8}$ (قاعده‌ی میلن)

(۳) قاعده $\frac{3}{8}$ (قاعده‌ی میلن)

(۴) قاعده نقطه میانی و قاعده نوزنهای

۳۱- اگر $g(x) = f[x_0, \dots, x_n, x]$ تفاضلات تقسیم شده‌ی $f(x)$ در نقاط $x_0, \dots, x_n$ و x باشد، آن گاه مقدار $g'(x)$ برابر است با: (فرض کنید f به دفعات مورد نیاز مشتق پذیر پیوسته است).

(۱) $f[x_0, \dots, x_n, x, x]$

(۲) $f[x_0, \dots, x_{n-1}, x]$

(۳) $f[x_0, \dots, x_n, 1]$

(۴) $f[x_1, \dots, x_n, x]$

۳۲- مسأله کمترین مربعات خطی $\min \|\lambda t - y\|_2$ را در نظر بگیرید که در آن، $y, \lambda \in \mathbb{R}^n$ داده شده‌اند و $t \in \mathbb{R}$. این مسأله

(۱) می‌تواند جواب نداشته باشد

(۲) همواره دارای یک جواب یگانه است

(۳) جواب یگانه دارد اگر $\lambda \neq 0$

(۴) همواره دارای بی‌نهایت جواب است

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

<http://IRmath.com>

@IRmath

۳۳- جدول زیر، مربوط به الگوریتم سیمپلکس دوگان برای حل یک مساله می نیم سازی است. مساله دوگان در امتداد بی کران (نامتناهی) است (s_1 و s_2 متغیرهای کمبود (لنگی) هستند).

	x_1	x_2	s_1	s_2	RIIS
$c_j - z_j$	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	
x_1	۱	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	۰	۳
s_2	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	۱	-۱

$$(1) \left(\frac{1}{2}, 1\right)$$

$$(2) \left(\frac{1}{2}, -1\right)$$

$$(3) \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$$

$$(4) \left(-\frac{1}{2}, -1\right)$$

۳۴- فرض کنید بردارهایی در $\mathbb{R}^m$ و مجموعه P غلاف (پوسته) محدب این بردارها باشند. در این صورت، هر عضو مجموعه P را می توان به صورت یک ترکیب خطی محدب از بردار از a_1 ها نوشت.

$$(1) \text{ حداکثر } m+1$$

$$(2) \text{ دست کم } m+1$$

$$(3) \text{ حداکثر } m$$

$$(4) \text{ دست کم } m$$

$$\min \quad w = 2 \cdot y_1 + 2 \cdot y_2$$

s.t.

$$y_1 + 2 y_2 \geq 1$$

$$2y_1 + y_2 \geq 2$$

$$2y_1 + 2y_2 \geq 3$$

$$3y_1 + 2y_2 \geq 4$$

$$y_1, y_2 \geq 0$$

۳۵- مساله برنامه ریزی خطی روبرو را در نظر بگیرید.

جواب بهینه این مساله عبارتست از:

$$y_1^* = 1/2 \text{ و } y_2^* = 0/2$$

فرض کنید x_1, x_2, x_3, x_4 متغیرهای دوگان

این مساله هستند. در این صورت، جواب بهینه مساله

دوگان عبارتست از

$$(1) \quad x_1^* = x_2^* = 4 \text{ و } x_3^* = x_4^* = 0$$

$$(2) \quad x_1^* = x_2^* = 0, \quad x_3^* = 6 \text{ و } x_4^* = 1$$

$$(3) \quad x_1^* = x_2^* = x_3^* = 0 \text{ و } x_4^* = 7$$

$$(4) \quad x_1^* = x_2^* = 0, \quad x_3^* = 5 \text{ و } x_4^* = \frac{13}{4}$$

۳۶- فرض کنید $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع به طور پیوسته مشتق پذیر است که:

$$f(x) - f(\bar{x}) \geq \nabla f(\bar{x})^T (x - \bar{x}) \quad \forall x, \bar{x} \in \mathbb{R}^n,$$

$$f(x) - f(\bar{x}) \leq \nabla f(\bar{x})^T (x - \bar{x}) \quad \forall x, \bar{x} \in \mathbb{R}^n.$$

اگر x^* جواب بهینه مساله $\min \{f(x) \mid A x \leq b, x \geq 0\}$ باشد، $A_{m \times n}$ آن گاه

(1) x^* می تواند یک نقطه درون ناحیه شدنی باشد

(2) x^* حداکثر m مولفه ی مثبت دارد

(3) مساله دست کم یک جواب بهینه راسی (گوشه ای) دارد

(4) اگر بیش از یک جواب بهینه داشته باشیم، آن گاه مجموعه جواب های بهینه شماراست

۴۱- مسأله‌ی LP به صورت $\max\{c^T x \mid A^T x \leq 0\}$ می‌تواند بی‌کران باشد

(۱) می‌تواند بی‌کران باشد

(۲) یک دوگان شدنی دارد

(۳) یک دوگان ناشدنی دارد **دافلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در**

(۴) همواره شدنی است و جواب بهینه دارد

سایت ریاضیات ایران

۴۲- اگر به یک مسأله‌ی برنامه‌ریزی خطی که جواب بهینه دارد یک ستون جدید همراه با یک متغیر جدید و ضریب مربوط به آن در

تابع هدف اضافه شود، آن‌گاه دوگان مسأله‌ی جدید **بزرگترین سایت ریاضی**

(۱) شدنی است.

(۲) می‌تواند نامتناهی (بی‌کران) باشد.

(۳) یا ناشدنی است یا جواب بهینه دارد.

(۴) یا ناشدنی است یا نامتناهی (بی‌کران).

<http://IRmath.com>

@IRmath

۴۳- فرض کنید در یک جدول سیمپلکس، همه‌ی متغیرهای پایه‌ای صفر هستند. گزینه صحیح کدام است؟

(۱) فضای شدنی مسأله تنها شامل یک نقطه است.

(۲) مسأله دارای جواب بهینه تباهیده است.

(۳) مسأله جواب بهینه ندارد.

(۴) اگر مسأله جواب بهینه چندگانه داشته باشد، آن‌گاه مجموعه جواب‌های بهینه، بی‌کران است.

۴۴- فرض کنید: $A = [a_1, \dots, a_n]_{m \times n}$ ، $B = [b_1, \dots, b_n]_{s \times n}$ و همه‌ی درایه‌های A و B مثبت هستند. مسأله‌ی زیر را با

$x \in \mathbb{R}^n$ و $x_{n+1} \in \mathbb{R}$ در نظر بگیرید. گزینه‌ی صحیح کدام است؟

(۱) اگر $a_i < b_i$ ، آن‌گاه مسأله بی‌کران است.

(۲) مسأله بی‌کران نیست.

(۳) اگر $a_i > b_i$ ، آن‌گاه مسأله بی‌کران است.

(۴) مسأله بی‌کران است.

$$\min \quad x_{n+1}$$

$$\text{s.t.} \quad Ax \leq x_{n+1} a_i$$

$$Bx \geq b_i$$

$$x \geq 0$$

۴۵- مسأله‌ی (p) را که در آن $c, u \in \mathbb{R}^n$ و $b \in \mathbb{R}^m$ ، $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ، در نظر بگیرید. ستون j ام A را با a_j نمایش دهید.

دوگان (p) را (D) و بردار متغیرهای (D) را x بنامید. فرض کنید (w, v) و x به ترتیب برای مسأله‌های (p) و (D)

شدنی هستند. شرایط (۱) و (۲) را در نظر بگیرید.

$$\max \quad z = w^T b + v^T u$$

$$\text{s.t.} \quad A^T w + v \leq c \quad (p)$$

$$v \geq 0$$

$$(1) \quad x_j < u_j \Rightarrow w^T a_j \leq c_j \quad \forall j$$

$$(2) \quad x_j > 0 \Rightarrow w^T a_j \geq c_j \quad \forall j$$

اگر شرایط برقرار باشند، آن‌گاه (v, w) جواب بهینه‌ی (p) است.

(۱) (۱)

(۲) (۲)

(۳) (۱) و (۲)

(۴) (۱) و (۲) یا $v = 0$