

316

D

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

<http://IRmath.com>

@IRmath



صبح جمعه

۹۳/۱۲/۱۵

دفترچه شماره ۱ از ۲



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.

امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره های دکتری (نیمه متمرکز) داخل - سال ۱۳۹۴

ریاضی کاربردی (کد ۲۲۳۴)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

IRmath

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (مبانی آنالیز ریاضی - آنالیز ریاضی - جبر خطی - آنالیز عددی ۱ - آنالیز عددی پیشرفته - آنالیز حقیقی ۱ - تحقیق در عملیات پیشرفته ۱)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفند ماه - سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- اگر هر دو سری $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ و $\sum_{n=1}^{\infty} x_n^2$ همگرا باشند؛ $(x_n \neq -1)$ در مورد سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x_n}{1+x_n}$ کدام گزینه

درست است؟

(۱) واگرا است.

(۲) همگرای مطلق است.

(۳) همگرای مشروط است.

(۴) به $\{x_n\}$ بستگی دارد می‌تواند همگرا و یا واگرا باشد.

۲- فرض کنید a و b اعداد مثبتی باشند. مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}}{2} \right)^n$ کدام گزینه است؟

(۱) $\max\{a, b\}$

(۲) ۱

(۳) $\sqrt{\frac{a+b}{2}}$

(۴) $\sqrt{ab}$

۳- کدام گزینه پیوستگی یکنواخت تابع پیوسته $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ را ایجاب نمی‌کند؟

(۱) تصویر هر دنباله‌ای کوشی تحت f ، دنباله‌ای کوشی است.

(۲) f مشتق پذیر است و مشتق آن کران دار است.

(۳) تصویر وارون هر مجموعه فشرده تحت f باز است.

(۴) تصویر هر مجموعه فشرده تحت f حداکثر شماراست.

۴- اگر $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ در نقطه $x=a$ مشتق پذیر باشند و $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه

$h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$ تعریف شده باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر $f(a) = g(a)$ آن‌گاه h در a مشتق پذیر است.

(۲) اگر h در a مشتق پذیر باشد آن‌گاه $f(a) \neq g(a)$.

(۳) اگر $f(a) \neq g(a)$ آن‌گاه h در a مشتق پذیر است.

(۴) اگر h در a مشتق پذیر باشد آن‌گاه $g'(a) = f'(a)$.

۵- فرض کنیم $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty]$ پیوسته و انتگرال ریمان ناسره $\int_0^{+\infty} f(t)dt$ همگرا باشد، مقدار

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^n xf(x)dx$$

(۱) صفر

(۲) $+\infty$

(۳) ۱

(۴) موجود نیست.

۶- شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{n!}}{n}$ برابر کدام است؟

(۱) ۰

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ۲

۷- هرگاه $f_n(x) = \frac{n\sqrt{nx}}{1+n^3x^2}$ کدام گزینه درست است؟

(۱) $\{f_n\}$ بر $[0, \infty)$ همگرایی یکنواخت نیست ولی برای هر $\delta > 0$ در بازه $[\delta, \infty]$ همگرایی یکنواخت است.

(۲) $\{f_n\}$ بر $[0, 1]$ همگرایی یکنواخت است ولی در بازه $[0, \infty)$ همگرایی یکنواخت نیست.

(۳) $\{f_n\}$ بر $[0, \infty)$ همگرایی یکنواخت نیست ولی زیر دنباله‌ای دارد که بر $[0, 1]$ همگرایی یکنواخت است.

(۴) $\{f_n\}$ بر $[0, \infty)$ همگرایی یکنواخت نیست ولی بر هر زیر مجموعه فشرده از $[0, \infty)$ نقطه به نقطه کران‌دار و هم‌پیوسته است.

۸- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (n+1)(\sin^n x - \sin^{n+2} x)dx$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{4}$

(۲) ۱

(۳) وجود ندارد

(۴) ۰

۹- فرض کنید A یک ماتریس 3×3 وارون پذیر با درایه های واقع در میدان F باشد. اگر $\det(A) = 1$ و $\text{tr}(A) = \text{tr}(A^{-1}) = 0$ آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $A^5 = I$

(۲) $A^2 = I$

(۳) $A^3 = I$

(۴) $A^4 = I$

۱۰- اگر A ماتریسی 3×3 باشد و مقادیر ویژه آن یک تصاعد حسابی با قدر نسبت مثبت تشکیل دهند به فرض اینکه $\text{tr}(A) = 9$ و $\det(A) = -21$ آنگاه بزرگترین مقدار ویژه عبارت است از:

(۱) ۴

(۲) ۷

(۳) ۸

(۴) ۹

۱۱- فرض کنید A یک ماتریس 4×4 با درایه های حقیقی باشد به طوری که $A^2 + 2A + 3I = 0$ در این صورت $\text{tr}(A^{-1})$ برابر است با:

(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $-\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $-\frac{4}{3}$

۱۲- فرض کنید $A_1, A_2, \dots, A_{20} \in M_{10}(\mathbb{R})$ ماتریس های ناصفر بوده و $A_1 A_2 \dots A_{20} = 0$ در این صورت

حداکثر مقدار $\sum_{i=1}^{20} \text{rank}(A_i)$ برابر چیست؟

(۱) ۵۰

(۲) ۱۰۰

(۳) ۱۹۰

(۴) ۱۹۹

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

<http://IRmath.com>

@IRmath



۱۳- اگر x ماتریسی $n \times 1$ روی میدان F باشد آنگاه $\det(I_n + xx^t)$ برابر است با:

(۱) $1 + x^t x$

(۲) $1 - x^t x$

(۳) $(1 + x^t x)^2$

(۴) $(1 - x^t x)^2$

۱۴- فرض کنید A ماتریسی 2×2 است به طوری که $\text{tr}(A) = \frac{1}{2} \det(A)$ در این صورت کدام یک از مقادیر زیر نمی تواند مقدار ویژه A باشد.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) -۱

(۴) $\frac{1}{2}$

۱۵- خطای $1 + 2x$ به عنوان تقریبی برای تابع $f(x) = \ln(1+x) + e^x$ در نزدیکی صفر متناسب است با ...

(۱) x

(۲) x^2

(۳) x^3

(۴) x^4

۱۶- تعداد ریشه های منفی معادله $\frac{-e^{x^3}}{x} = \ln \frac{1}{3}$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۷- نرخ همگرایی مجانبی روش نیوتن برای پیدا کردن ریشه های $g(x) = x^4 - 2x^2 = 0$ در صورتی که به ریشه همگرا شود، ... است.

(۱) برای همه ی ریشه ها، خطی

(۲) برای همه ریشه ها، از مرتبه دو

(۳) برای ریشه برابر با صفر، از مرتبه دو و برای ریشه های ناصفر، خطی

(۴) برای ریشه برابر با صفر، خطی و برای ریشه های ناصفر، از مرتبه دو

۱۸- برای یافتن ریشه‌ی معادله‌ی $\int_0^1 e^{xt} dt = 2$ ، تابع تکراری روش نیوتن کدام است؟

$$(1) \frac{(x-1)e^x + 1}{e^x - 2}$$

$$(2) \frac{(x-2)e^x - 1}{e^x + 2}$$

$$(3) \frac{(x-2)e^x - 1}{e^x - 2}$$

$$(4) \frac{(x-1)e^x + 1}{e^x + 2}$$

۱۹- فرض کنید $P_1(x) = \sin x$ و $P_2(x) = \cos x$. درونیابی داده‌های $(\frac{\pi}{2}, 1)$ و $(0, -1)$ با

$$P(x) = a_1 P_1(x) + a_2 P_2(x)$$
 مد نظر است. در این صورت، ...

$$(1) a_1 = a_2 = 1$$

$$(2) a_1 = -1, a_2 = 1$$

$$(3) a_1 = a_2 = -1$$

$$(4) a_1 = -1, a_2 = 1$$

۲۰- داده‌ی $(i, i^3 - i^2 - i)$ ، $i = 0, 1, 2, 3$ ، را در نظر بگیرید. چند جمله‌ای درونیاب $P(x)$ به این داده‌ها برابر است با ...

$$(1) -x^2$$

$$(2) -x$$

$$(3) x^2$$

$$(4) x^3 - x^2 - x$$

۲۱- مقادیر t_i و a_i ($i = 1, 2$) چقدر باشند تا روش انتگرال گیری $\int_0^1 f(t) dt \approx a_1 f(t_1) + a_2 f(t_2)$ برای

هرچند جمله‌ای از درجه حداکثر ۳ دقیق باشد؟

$$(1) a_1 = a_2 = \frac{1}{2}, t_2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1), t_1 = \frac{1}{2}(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 1)$$

$$(2) a_1 = a_2 = \frac{1}{2}, t_2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{\sqrt{3}} + 1), t_1 = \frac{1}{2}(-\frac{1}{\sqrt{3}} + 1)$$

$$(3) a_1 = a_2 = \frac{1}{2}, t_2 = 1, t_1 = 0$$

$$(4) a_1 = a_2 = 1, t_2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1), t_1 = \frac{1}{2}(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 1)$$

۲۲- فرض کنید درون یاب گویای $r(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ برای داده‌های جدول زیر به کمک تفاضلات معکوس به دست

x_i	۱	۲	۳	۴
f_i	۱	-۱	۲	-۲

آید. در این صورت، $p(x)$ کدام است؟

(۱) $-11x^2 + 35x + 56$

(۲) $-11x^2 + 53x - 56$

(۳) $11x^2 - 35x + 56$

(۴) $11x^2 - 53x - 56$

۲۳- روش تکراری نقطه ثابت $x_{n+1} = \phi(x_n)$ ، $n = 0, 1, 2, \dots$ را با تابع تکرار $\phi(x) = Ax + Bx^2 + Cx^3$ در نظر بگیرید. برای عدد مثبت α ، ثابت‌های A ، B و C را طوری تعیین می‌کنیم که مرتبه‌ی همگرایی $\{x_n\}$

به $\frac{1}{\alpha}$ حداقل ۳ باشد. در این صورت، ثابت‌های A و B کدام هستند؟

(۱) $A = 3, B = -3\alpha$

(۲) $A = 3\alpha, B = -3$

(۳) $A = 3\alpha, B = 3$

(۴) $A = -3, B = 3\alpha$

۲۴- فرض کنید $f(x) = \sin x$ و $p(x)$ و $q(x)$ دو چند جمله‌ای درجه‌ی ۲ باشند که برای $k = 0, 1, 2$ در $p(\frac{k}{3}) = q(\frac{k}{3}) = f(\frac{k}{3})$ صدق می‌کنند. یک کران بالای مناسب و مستقل از x برای $|p(x) - q(x)|$ ، که روی بازه‌ی $[0, 1]$ برقرار باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{27}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{36}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{54}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{108}$

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

<http://IRmath.com>

@IRmath

۲۵- فرض کنید درجه‌ی دقت فرمول انتگرال‌گیری زیر برابر با ۳ است. در این صورت، نقاط x_0 و x_1 ، جواب کدام

$$\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) \text{؟ معادله‌ی درجه دوم هستند؟}$$

$$x^2 + \frac{7}{6}x - \frac{3}{35} = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + \frac{6}{7}x - \frac{3}{35} = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - \frac{6}{7}x + \frac{3}{35} = 0 \quad (3)$$

$$x^2 - \frac{7}{6}x - \frac{3}{35} = 0 \quad (4)$$

۲۶- فرض کنید فرمول انتگرال‌گیری عددی زیر برای چندجمله‌ای‌های درجه اول دقیق است:

$$\int_0^1 \sqrt{x} f(x) dx = \frac{4}{5} \int_0^1 f(x) dx - \frac{2}{15} f(0) + E(f)$$

اگر $f \in C^2[0, 1]$ ، با استفاده از فرمول خطای هسته‌ی پتانو، $E(f)$ کدام است؟ (فرض کنید $\xi \in (0, 1)$).

$$\frac{1}{116} f''(\xi) \quad (1)$$

$$\frac{1}{112} f''(\xi) \quad (2)$$

$$\frac{1}{105} f''(\xi) \quad (3)$$

$$\frac{1}{96} f''(\xi) \quad (4)$$

۲۷- برای محاسبه ضرایب تابع درونیاب مثلثاتی به تعداد $N = 2^n$ نقطه داده شده با استفاده از تبدیلات سریع فوریه، مرتبه‌ی محاسبات اصلی مورد نیاز برابر است با ...

$$nN \quad (1)$$

$$n^2 \quad (2)$$

$$N^2 \quad (3)$$

$$n \log n \quad (4)$$

۲۸- برای تعیین اسپلاین درونیاب درجه k برای یک تابع در $(n+1)$ نقطه‌ی x_0 تا x_n چند درجه آزادی وجود

دارد؟

$$2 \quad (1)$$

$$k+1 \quad (2)$$

$$k \quad (3)$$

$$k-1 \quad (4)$$

۲۹- کدام گزینه برای هر مجموعه اندازه پذیر $E \subseteq [0, 1]$ درست است؟ (m اندازه لبگ است و E° و $\bar{E}$ به ترتیب درون و بستار E هستند.)

(۱) اگر $m(E) > 0$ آنگاه $(\bar{E})^\circ \neq \emptyset$.

(۲) اگر $m(E) = 1$ آنگاه $\bar{E} = [0, 1]$.

(۳) اگر $m(E) = 1$ آنگاه $E^\circ \neq \emptyset$.

(۴) اگر $m(E) = 0$ آنگاه E نقطه حدى ندارد.

۳۰- اگر μ اندازه مثبت روی σ -جبر M باشد، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر $\{A_n\}$ دنباله‌ای از مجموعه‌های اندازه پذیر باشد و $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ ، آنگاه $\mu(A) \leq \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n)$.

(۲) اگر $\{A_n\}$ دنباله‌ای از مجموعه‌های اندازه پذیر دو بدو مجزا باشد و $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ ، آنگاه $\mu(A) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n)$.

(۳) اگر $\{A_n\}$ دنباله‌ای تودرتو و صعودی از مجموعه‌های اندازه پذیر باشد و $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ ، آنگاه

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mu(A_n) = \mu(A)$$

(۴) اگر $\{A_n\}$ دنباله‌ای تودرتو و نزولی از مجموعه‌های اندازه پذیر باشد و $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ ، آنگاه

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mu(A_n) = \mu(A)$$

۳۱- فرض کنیم n عددی طبیعی، $X = \{1, 2, \dots, n\}$ ، μ اندازه شمارشی روی مجموعه توان $P(X)$ و اندازه ν

روی $P(X)$ به صورت $\nu(E) = \begin{cases} 1 & n \in E \\ 0 & n \notin E \end{cases}$ ($E \subseteq X$) تعریف شده باشد، اگر تابع $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ با

ضابطه $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ تعریف شود، مقدار انتگرال $\int_X f d(\mu + \nu)$ کدام است؟

$$\frac{n^2 + 1}{n(n+1)} \quad (1)$$

$$\frac{n}{n+1} \quad (2)$$

$$\frac{1}{n(n+1)} \quad (3)$$

(۴) صفر

۳۲- فرض کنیم (X, Σ, μ) یک فضای اندازه متناهی، $\{f_n\}$ و $\{g_n\}$ دنباله‌هایی از توابع اندازه‌پذیر f و g

توابعی اندازه‌پذیر بر X باشند. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر $f_n \rightarrow f$ در اندازه و $g_n \rightarrow g$ در اندازه آنگاه $\max\{f_n, g_n\} \rightarrow \max\{f, g\}$ در اندازه.

(۲) اگر $f_n \rightarrow f$ در اندازه و $g_n \rightarrow g$ در اندازه آنگاه $f_n g_n \rightarrow f g$ در اندازه.

(۳) اگر $f_n \rightarrow f$ در اندازه آنگاه هر زیر دنباله از $\{f_n\}$ تقریباً همه‌جا به f میل می‌کند.

(۴) اگر $f_n \rightarrow f$ تقریباً همه‌جا آنگاه $f_n \rightarrow f$ در اندازه.

۳۳- اگر $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع انتگرال‌پذیر لبگ روی $[0, 1]$ و f تابعی انتگرال‌پذیر لبگ روی $[0, 1]$ باشد، کدام

گزینه درست است؟ (m اندازه لبگ است).

(۱) اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 |f_n - f| dm = 0$ آنگاه برای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $f_n - f$ تقریباً همه‌جا کراندار است.

(۲) اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 |f_n - f|^2 dm = 0$ آنگاه $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 |f_n - f| dm = 0$.

(۳) اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 |f_n - f| dm = 0$ آنگاه $f_n \rightarrow f$ تقریباً همه‌جا.

(۴) اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 |f_n - f| dm = 0$ آنگاه $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 |f_n - f|^2 dm = 0$.

۳۴- فرض کنیم X و Y فضاهای باناخ و $T: X \rightarrow Y$ عملگری خطی و کراندار با برد چگال در Y باشد به طوری

که برای هر $x \in X$ که $\|x\|=1$ ، $\|Tx\| \geq 1$. کدام گزینه درست است؟

(۱) T پوشا است ولی یک‌به‌یک نیست.

(۲) T یک‌به‌یک است ولی پوشا نیست.

(۳) T دوسویی است و $\|T^{-1}\| \geq 1$.

(۴) T دوسویی است و $\|T^{-1}\| \leq 1$.

۳۵- فرض کنیم H یک فضای هیلبرت و M و N زیر فضاهای H باشند. در این صورت مجموعه $(M \cap N)^\perp$:

(۱) برابر بستار $M^\perp + N^\perp$ است، هرگاه M و N بسته باشند.

(۲) همواره مشمول در $M^\perp + N^\perp$ است.

(۳) همواره برابر بستار $M^\perp + N^\perp$ است.

(۴) همواره برابر $M^\perp + N^\perp$ است.

۳۶- فرض کنید $S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b, x \geq 0\}$ که A ، $m \times n$ و $m = n - 1$ رتبه (A) ، تعداد نقاط رأسی S ،

.....

- (۱) دقیقاً یک است.
- (۲) دقیقاً دو است.
- (۳) یک یا دو است.
- (۴) صفر، یک یا دو است.

۳۷- فرض کنید $S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b\}$ و

$$\exists x^0 \in S, \exists c \in \mathbb{R}^n : c^T x^0 < c^T x, \forall x \in S, x \neq x^0.$$

در این صورت، رتبه ماتریس A ، کدام است؟

- (۱) برابر با یک.
- (۲) مساوی n .
- (۳) بزرگتر از n .
- (۴) کمتر از n .

۳۸- جدول زیر یک جدول سیمپلکس است که با قاعده الفبایی برای ممانعت از دور بدست آمده است. گزینه

صحیح در مورد α_3 کدام است؟

x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	RHS
			α_1	α_2	۰	۰
			۰	α_3	۰	۰
			۴	۱	۱	۰

- (۱) صفر است
- (۲) منفی است
- (۳) مثبت است
- (۴) برابر با یک است

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

<http://IRmath.com>

@IRmath

۳۹- جدول زیر متناظر با یکی از تکرارهای الگوریتم سیمپلکس با متغیرهای کران دار برای حل مساله زیر است، که در آن x_1 و x_5 هر دو در کران پایین و x_2 در کران بالا مقدار دارند. مقدار تابع هدف پس از محورگیری برابر با کدام گزینه است؟

$$\min c^T x$$

s.t.

$$Ax = b$$

$$0 \leq x_1 \leq 4$$

$$0 \leq x_2 \leq 6$$

$$1 \leq x_3 \leq 4$$

$$1 \leq x_4 \leq 20$$

$$x_5 \geq 0$$

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
z	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	-13
x_4	0	3	2	1	0	1	2
x_3	0	-1	-1	0	1	-1	2

$$(1) -16$$

$$(2) -\frac{31}{2}$$

$$(3) -14$$

$$(4) -\frac{27}{2}$$

۴۰- در یک تکرار از روش $-M$ بزرگ داریم :

$$x_B = (x_1, R_1, R_2)$$

که R_i ، متغیر مصنوعی متناظر با محدودیت i ام است. فرض کنید x_k متغیر غیر پایه‌ای وارد شونده است و y_k ستون زیر x_k در جدول روش $-M$ بزرگ است. آنگاه $y_{2k} + y_{3k}$ همواره ... است.

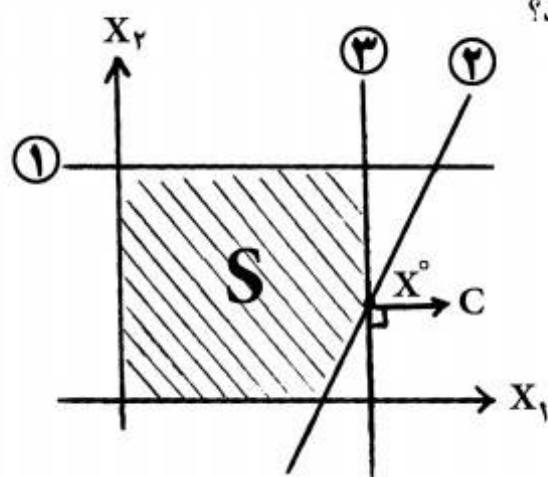
(۱) نامنفی

(۲) نامثبت

(۳) منفی

(۴) مثبت

۴۱- مجموعه S در شکل زیر ناحیه شدنی یک مساله برنامه‌ریزی خطی کمینه سازی (می‌نیمم سازی) است. عدد نوشته شده در کنار هر قید، شماره آن را نشان می‌دهد. s_i را متغیر کمکی متناظر با قید i ام بگیرید و فرض کنید متغیرهای s_2 و s_3 در نقطه رأسی x^0 غیر پایه‌ای هستند. مقدار $z - c_j$ برای متغیرهای s_2 و s_3 ، در سطر مربوط به تابع هدف جدول متناظر با x^0 به ترتیب کدامند؟



(۱) مثبت و مثبت

(۲) مثبت و منفی

(۳) صفر و منفی

(۴) صفر و مثبت

۴۲- مساله (P) را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min Z &= c^T x + \alpha \sum_{i=1}^m y_i \\ \text{s.t.} \quad & Ax + y = b \\ & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \end{aligned} \quad (P)$$

اگر به ازای یک $\alpha > 0$ ، مساله (P) نامتناهی باشد، آن گاه در مورد مساله زیر

$$\begin{aligned} \min \bar{Z} &= c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

گزینه درست کدام است؟

(۱) نامتناهی (بی کران) است.

(۲) ناشدنی است.

(۳) می تواند نامتناهی (بی کران) باشد یا ناشدنی باشد یا جواب بهینه داشته باشد.

(۴) یا ناشدنی است یا نامتناهی .

۴۳- مساله های (P) و $(\bar{P})$ را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min Z &= c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad (P)$$

$$\begin{aligned} \min \bar{Z} &= c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax = \bar{b} \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad (\bar{P})$$

اگر مساله (P) جواب بهینه داشته باشد، آن گاه دوگان مساله $(\bar{P})$...

(۱) می تواند نامتناهی (بی کران) باشد

(۲) می تواند ناشدنی باشد

(۳) جواب بهینه دارد

(۴) نامتناهی (بی کران) است

۴۴- فرض کنید $\bar{x}$ یک جواب برای دستگاه (P) به صورت

$$Ax = b$$

$$x \geq 0 \quad (P)$$

و $\bar{d} \neq 0$ یک جواب بهینه برای مساله به صورت زیر باشد.

$$\text{Max } \|d\|_2$$

$$\text{s.t. } Ad = 0$$

$$d \leq 0$$

گزینه صحیح کدام است؟

(۱) $\bar{x} + \alpha \bar{d}$ ، به ازای هر $\alpha \leq 0$ ، جواب دستگاه (P) است.

(۲) $\bar{x} + \alpha \bar{d}$ ، به ازای هر $\alpha \geq 0$ ، جواب دستگاه (P) است.

(۳) $\bar{x} + \alpha \bar{d}$ ، به ازای هر $\alpha \in \mathbb{R}$ ، جواب دستگاه (P) است.

(۴) $\bar{x} + \alpha \bar{d}$ ، به ازای هر $\alpha \neq 0$ ، جواب دستگاه (P) است.

۴۵- اگر $y \leq 0$ موجود باشد به طوری که $A^T y = 0$ و $y^T b < 0$ ، آنگاه دستگاه ... است.

(۲) $Ax \geq b$ ناشدنی

(۱) $Ax = b$ شدنی

(۴) $Ax = b$ ، $x \geq 0$ شدنی

(۳) $Ax \geq b$ ، $x \geq 0$ شدنی