

هشدار: پاسخ پرسش‌ها پشت سر هم و تنها در یک جا باشد.

۱. {بارم ۲۰} مساله (P) را در نظر بگیرید. شرایط بهیگی را بیان و اثبات کنید. چه هنگام این مساله بهینه یکتا دارد؟

$$(P) \begin{cases} \min c^T x \\ Ax \geq b. \end{cases}$$

۲. {بارم ۲۰} مساله برنامه‌ریزی خطی در فرم استاندارد را در نظر بگیرید. فرض کنید، A ، ماتریس ضرایب رتبه سطری کامل باشد. اگر x یک راس باشد، ثابت کنید ستون‌های A متناظر با درآیه‌های مثبت x ، مستقل خطی هستند.

۳. {بارم ۱۵} با استفاده از مساله فاز یک با یک متغیر مصنوعی برای مساله

$$(P) \begin{cases} \min c^T x \\ Ax \geq b. \end{cases}$$

نشان دهید اگر مساله (P) نشدنی باشد، آن گاه دوگان در صورت شدنی بودن، جهت شدنی افزایشی دارد. آن جهت چیست؟ آیا این به این مفهوم است که هر گاه مساله اولیه نشدنی بود، آن گاه دوگان بی‌کران است؟

۴. {بارم ۱۵} نشان دهید اگر مساله (P) شدنی و دارای جواب بی‌کران باشد، آن گاه به ازای برخی از j ها ($j \in \{1, \dots, n\}$) مساله (P_j) نیز شدنی و جواب بی‌کران دارد.

$$(P) \begin{cases} \max c^T x \\ Ax \geq b. \\ x \geq 0. \end{cases} \quad (P_j) \begin{cases} \max x_j \\ Ax \geq b \\ x \geq 0. \end{cases}$$

۵. {بارم ۱۵} مساله برنامه‌ریزی خطی $\min c^T x$ را با قیود $Ax \geq b$ در نظر بگیرید. فرض کنید $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ باشد. فرض کنید x_k یک راس باشد به طوری A_k ماتریس مجموعه کاری آن وارون‌پذیر باشد. فرض کنید $c = A_k^T \lambda_k$ و s -امین درایه λ_k منفی باشد. ماتریس $\hat{A}_k$ که ماتریسی $n \times (n-1)$ است را ماتریس مجموعه کاری متناظر با حذف قید s ام در نظر بگیرید (یعنی s امین سطر A_k که a_s^T است را حذف کرده‌ایم). نشان دهید اگر $p_k = \hat{Z}_k \hat{Z}_k^T a_s$ که در آن $\hat{Z}_k$ ماتریس پایه فضای بوج $\hat{A}_k$ است، آن گاه:

$$(\bar{A}) \quad \hat{A}_k p_k = 0$$

$$(ب) \quad c^T p_k < 0$$

$$(ج) \quad a_s^T p_k > 0$$

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

<http://IRmath.com>

@IRmath

۶. {بارم ۱۵} فرض کنید ماتریس A متقارن باشد. یعنی $A = A^T$.

(آ) دوگان برنامه خطی زیر را بنویسید.

$$(P) \begin{cases} \min c^T x \\ Ax \geq c. \\ x \geq 0. \end{cases}$$

(ب) نشان دهید اگر x^* طوری باشد که $Ax^* = c$ و $x^* \geq 0$ آن گاه x^* جواب بهینه مساله (P) است.

پیروز باشید.

ای دلبر و مقصود ما، ای قبله و معبود ما آتش زدی در عود ما، نظاره کن در دود ما